

Tutorato di AC310

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. Pierpaolo Esposito

Tutori: Dario Giannini e Giulia Salustri

TUTORATO 3

26 OTTOBRE 2012

- Calcolare l'integrale su γ di $Re(z)dz$, dove gamma rappresenta:
 - il segmento che unisce 0 a $(1+i)$;
 - il segmento che unisce $(1+i)$ a 0;
 - la circonferenza centrata in 0 e di raggio 1 con percorrenza antioraria.
- Calcolare l'integrale su γ di $\frac{dz}{z^2-1}$, dove γ sta per la circonferenza di raggio 2 centrata nell'origine e di percorrenza oraria.
- Calcolare sia con il metodo dei residui, sia con la formula di Cauchy:
 - $\int_{\gamma} \frac{dz}{(z^2+9)(z+9)}$, dove $\gamma := \{z \in \mathbb{C} : |z| = 4\}$;
 - $\int_{C_3^-} \frac{2(\sin(z) + \cos(z))}{z^2-4} dz$, dove C_3^- è la circonferenza di raggio 3 percorsa in senso orario;
 - $\int_{C_1} \frac{1 - \cos^2(z)}{z^2} dz$.
- Sia $f(z) = \frac{z+1}{z^5} \ln(1+z^2)$.
 - Calcolare la parte singolare $Q(z)$ di $f(z)$ in 0;
 - Determinare lo sviluppo in serie di $f_r(z) := f(z)Q(z)$ in 0 ed il suo raggio di convergenza;
 - Calcolare il valore di:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \rho d\rho \int_0^{2\pi} |f_r(\rho e^{i\theta})|^2 d\theta$$

espresso eventualmente come una serie numerica.

- Trovare le serie di Laurent di:
 - $f(z) = \frac{z}{(z-1)(2-z)}$ attorno a 0, 1 e 2;
 - $f(z) = \frac{1}{z(z-2)}$ attorno a 0.
- Calcolare i residui delle seguenti funzioni in tutti i punti di \mathbb{C} :
 - $\frac{1}{z^2+5z+6}$;
 - $\frac{z+4}{z^2-2z+1}$;

- (c) $\frac{1}{(z^2 - 1)^2}$;
- (d) $\cot(z)$;
- (e) $\frac{e^{\frac{1}{z}}}{1 - z}$;
- (f) $\frac{e^{z^2} - z \cos(z)}{z^5}$;
- (g) $\frac{1}{\sin(z)^2}$;
- (h) $\frac{P(z)}{z^n}$, dove $P(z) \in \mathbb{C}[X]$.
- (i) $\sin\left(\frac{1}{z}\right)$.